

SAR 图像中极化散射指数和信息熵 及其地表识别应用*

金亚秋 陈 靡

复旦大学波散射与遥感中心, 信息科学与工程学院, 上海 200433

摘要 对于合成孔径雷达(SAR)全极化散射测量与成像, 推导了相干矩阵的特征值及其信息熵与同极化、交叉极化指数测量值的直接关系. 从而将 Mueller 矩阵解、信息熵和两个极化指数组合在一起, 对 SAR 图像作定量评估. 这一理论方法应用于机载 SAR 图像和地面车载散射计测量数据的研究.

关键词 SAR 全极化散射 信息熵 分类识别

合成孔径雷达(SAR)成像技术是近 20 年来空间微波遥感最重要的进展之一, 它可以从中测量复杂自然地表的全极化散射回波^[1,2]. 全极化散射 Mueller 矩阵解及其相干矩阵已用来模拟 SAR 的自然地表的全极化散射成像观测^[3-5]. 对自然地表极化散射信号的充分理解, 并从中提取定量信息已成为 SAR 遥感及其广泛应用的一个关键问题.

为表示垂直同极化(vv)和水平同极化(hh)后向散射系数之间的差异, 通常定义一个极化指数来对不同地表极化散射特征进行分类. 但是, 由 Mueller 矩阵和相干矩阵推导的特征值和熵从未与后向散射信号直接联系起来. 也就是说, 熵与特征值分析是如何直接反映了极化后向散射系数的测量仍是不清楚的.

本文推导了相干矩阵特征值和信息熵与同极化、交叉极化两个特征指数的直接关系. 这样, 将 Mueller 矩阵解、相干矩阵、信息熵与两个极化指数的测量组合在一起, 能够对 SAR 图像数据中自然地表的极化散射信息特征作定量的评估. 作为例子, 这一理论方法应用于机载 SAR 对不同地表的图像研究和地面车载散射计对玉米地 3 个月的测量实验分析.

1 Mueller 矩阵与相干矩阵特征值

当一极化波 $\bar{E}_{inc}(\chi, \psi)$ 入射到自然地表上, 散射场写为

$$\begin{bmatrix} E_{vs} \\ E_{hs} \end{bmatrix} = \frac{e^{ikr}}{r} \begin{bmatrix} F_{vv} & F_{vh} \\ F_{hv} & F_{hh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{vi} \\ E_{hi} \end{bmatrix} \equiv \frac{e^{ikr}}{r} \bar{F} \cdot \bar{E}_{inc}(\chi, \psi), \quad (1)$$

其中 2×2 维复散射振幅函数 \bar{F} 是可以全极化测量技术测量得到的. 入射波的极化用椭圆角 χ 和方位角 ψ 表示^[6]. 由矢量辐射传输理论的 Mueller 矩阵解和方程(1), 得到散射的 Stockes 矢量(4 个 Stockes 参数):

$$\bar{I}_s(\theta, \phi) = \bar{M}(\theta, \phi; \pi - \theta_0, \phi_0) \cdot \bar{I}_i(\chi, \psi), \quad (2)$$

其中 Mueller 矩阵 \bar{M} 由非对角的消光矩阵 $\bar{\kappa}_e$ 和函数 $\langle F_{pq} F_{st}^* \rangle$, $p, q, s, t = v, h$ 构造. 由此可求得自然地表同极化和交叉极化后向散射系数 σ_c 和 σ_x ^[7]. Mueller 矩阵是 4×4 维实矩阵, 它具有复的特征值和特征矢量. 这一矩阵若要在物理上是可以实现的, 则必须满足 Stockes 规范和其他一系列限制条件^[8]. 但是对 Mueller 矩阵各元素特征结构的这

2002-03-25 收稿, 2002-07-17 收修改稿

* 国家重点基础研究发展规划项目(批准号: 2001CB309401)和国家自然科学基金(批准号: 49831060, 60171009)资助项目

E-mail: yqjin@fudan.ac.cn

些限定条件似乎没有多少直接的物理上的意义. 由此, 相干矩阵 \bar{C} 用来研究 SAR 图像中全极化散射^[4,5].

定义散射矢量为

$$\bar{i} = \frac{1}{2} [F_{vv} + F_{hh}, F_{vv} - F_{hh}, F_{vh} + F_{hv}, i(F_{vh} - F_{hv})]^T \equiv \frac{1}{2} [A, B, C, iD]^T, \quad (3)$$

其中 A, B, C, D 按顺序在(3)式中定义. 相干矩阵定义为^[3]

$$\bar{C} = \langle \bar{i} \bar{i}^+ \rangle = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} \langle AA^* \rangle & \langle AB^* \rangle & \langle AC^* \rangle & \langle AD^* \rangle \\ \langle BA^* \rangle & \langle BB^* \rangle & \langle BC^* \rangle & \langle BD^* \rangle \\ \langle CA^* \rangle & \langle CB^* \rangle & \langle CC^* \rangle & \langle CD^* \rangle \\ \langle DA^* \rangle & \langle DB^* \rangle & \langle DC^* \rangle & \langle DD^* \rangle \end{bmatrix}, \quad (4)$$

其中 $*$ 代表共轭, $+$ 代表共轭转置. 相干矩阵与 Mueller 矩阵有直接的联系, 可互为计算^[4,5]. 相干矩阵是 4×4 维半正定厄密阵, 它具有非负实特征值和正交复特征矢量. 四个特征值的大小及其不同与自然地表极化散射过程是有直接联系的. 与 Mueller 矩阵相比, 相干矩阵特征值分析对于散射物理机制往往能给予更好的物理解释, 可以用它半正定的特征在物理上验证 Mueller 矩阵的行为.

在许多情况下, 可有 $F_{vh} = F_{hv}$. 相干矩阵(8)式由特征值和特征矢量表示为

$$\bar{C} = \langle \bar{i} \bar{i}^+ \rangle = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \langle \bar{i}_i \bar{i}_i^+ \rangle, \quad (5)$$

其中 λ_i, \bar{i}_i 分别是第 i 个特征值和特征矢量. 所有特征值均为非负实数, 且有 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$. 特征值来定义信息熵 H 为

$$H = - \sum_{i=1}^3 P_i \log_3 P_i, \quad (6)$$

其中函数 $P_i (i=1, 2, 3)$ 用特征值表示为

$$P_i = \lambda_i / (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3). \quad (7)$$

熵是一个重要的特征参数, 它将散射介质的随机特征和其他物理参数(比如植被散射层结构、生

物量等)联系在一起. 但是, 如此定义的特征值 λ_i , 函数 P_i 和熵 H 并没有直接用极化测量的回波功率 σ_c, σ_x 来表示.

2 特征值、熵和极化指数之间的关系

在小反照率一阶解中, 交叉极化一般是很小的, 诸如(4)式中的 $\langle CA^* \rangle, \langle CB^* \rangle, \langle DA^* \rangle, \langle DB^* \rangle$ 等总是很小, 在我们下面的推导中加以忽略. 事实上, 在散射元水平方位对称取向的假设下, 这些函数的相关关系可以证明为 0^[9]. 由(4), (5)式, 可推导出下列表达式^[5]

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{8} [\langle |A|^2 \rangle + \langle |B|^2 \rangle \pm \sqrt{(\langle |A|^2 \rangle - \langle |B|^2 \rangle)^2 + 4 \langle A^* B \rangle \langle AB^* \rangle}], \quad (8)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{4} \langle |C|^2 \rangle, \quad (9)$$

可以看到, 如果在有序非随机情况下 $\langle AB^* \rangle \langle A^* B \rangle = \langle AA^* \rangle \langle BB^* \rangle$ 则有 $\lambda_2 = 0$.

将(3)式的 A, B, C, D 代入(8), (9)式, 我们推导得到

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} (\langle |F_{vv}|^2 \rangle + \langle |F_{hh}|^2 \rangle) - \lambda_2, \quad (10)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \frac{\langle |F_{vv}|^2 \rangle \langle |F_{hh}|^2 \rangle}{(\langle |F_{vv}|^2 \rangle + \langle |F_{hh}|^2 \rangle)} (1 - \Delta), \quad (11)$$

$$\lambda_3 = \langle |F_{hv}|^2 \rangle, \quad (12)$$

其中

$$\Delta = \frac{\langle F_{vv} F_{hh}^* \rangle \langle F_{vv}^* F_{hh} \rangle}{\langle |F_{vv}|^2 \rangle \langle |F_{hh}|^2 \rangle}, \quad (13)$$

它从完全随机介质时为 0, 变化到有序非随机时为 1.

可以看出, 第 1 个特征值 λ_1 代表了总的 vv 和 hh 同极化回波强度, 不包括它们之间的相干部分, 其相干部分由(13)式的 Δ 调节, 它从有序时的 1 变为完全随机时的 0. 第 2 个特征值 λ_2 代表 vv 和 hh 相干强度. 当 Δ 接近 1 时, $\lambda_2 \rightarrow 0$ 代表有序非随机的情况; 而当 Δ 接近于 0, λ_2 将会增大, 标志着随机介质中 vv 和 hh 相干性将会逐步减小. 第 3 个特征值 λ_3 是考虑随机介质引起的去极化效应.

由(2)式, 可得到极化后向散射参数为

$$\sigma_{pq} = 4\pi \cos\theta \langle |F_{pq}|^2 \rangle, \quad (14)$$

其中 $pq = vv, hh, hv$. 这样(10)–(13)和(14)式将相干矩阵特征值和熵的分析与 $\sigma_{vv}, \sigma_{hh}, \sigma_{vh}$ 测量值联系在一起.

这样, (6), (7)式的函数可以写成

$$P_1 = 1 - P_2 - P_3, \quad (15)$$

$$P_2 = X(1 - \Delta)(1 - \delta), \quad (16)$$

$$P_3 = \delta(1 - \delta) \ll 1, \quad (17)$$

其中

$$X \equiv \frac{\sigma_{hh}/\sigma_{vv}}{(1 + \sigma_{hh}/\sigma_{vv})^2}, \quad (18)$$

$$\delta \equiv \frac{2\sigma_{hv}}{\sigma_{vv} + \sigma_{hh}}. \quad (19)$$

可以看出, 函数 P_1 与同极化 vv 和 hh 总强度 $\sigma_{hh} + \sigma_{vv}$ 有关, P_2 与 σ_{hh} 和 σ_{vv} 之间的差异有关, 而 P_3 与去极化 σ_{hv} 有关. 它们的大小由散射介质的构造及其随机程度通过 Δ 和 δ 来调节. 当介质变得非常地随机时, δ 增加而 Δ 减小到 0. 反过来, 当散射介质变得有序, δ 减小而 Δ 增加.

于是, (6)式的熵现在直接与后向散射测量值 σ_{pq} 联系在一起.

定义同极化和交叉极化指数为

$$CPI \equiv 10\lg(\sigma_{hh}/\sigma_{vv})(dB), \quad (20)$$

$$XPI \equiv \delta \quad (21)$$

我们可以从 SAR 图像数据中得到用后向散射的极化指数 CPI 和 XPI 来表示信息熵.

3 在 AirSAR 图像和散射计观测上的应用

图 1 中的曲线给出由 Δ 和 δ 变化的信息熵 H 和同极化指数 CPI 的理论结果. 其中的熵 H 是由(15~19)式的 $\sigma_{hh}, \sigma_{vv}, \sigma_{vh}$ 和 Δ, δ 的变化算得的. 可以看到, 当散射介质变得十分随机时(δ 增大), CPI 变小, 熵 H 将增大. 反过来, 当散射介质变得有序时, CPI 增大, 熵 H 减小. 图 1 中粗实线是 $\Delta = 0$ 和 $\delta = 0$ 时的 $H-CPI$. 散射介质的随机程度增强, 将把 H 上移. 反过来, 当散射介质变得比较有序时, H 会下移. $H-CPI$ 与这条粗实线的距离标志

着随机的程度.

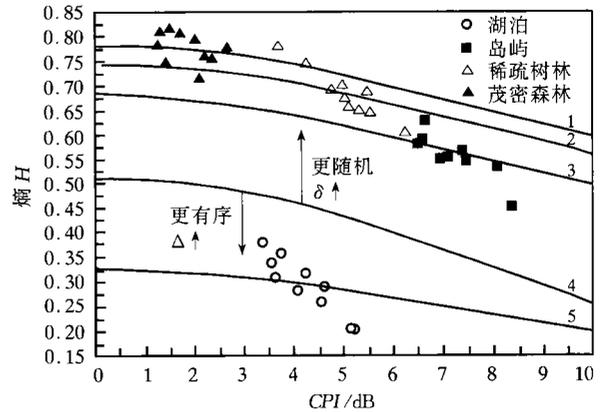


图 1 熵 H 与 CPI 随 Δ 和 δ 变化时的关系以及 AirSAR 数据地表分类

曲线 1: $\Delta = 0.257, \delta = 0.176$, 曲线 2: $\Delta = 0.318, \delta = 0.156$,
曲线 3: $\Delta = 0.365, \delta = 0.118$, 曲线 4: $\Delta = 0.0, \delta = 0.0$,
曲线 5: $\Delta = 0.731, \delta = 0.0265$

图 2 给出美国 JPL(喷气推进实验室)机载 AirSAR 在 L 波段的总功率 $\sigma_{vv}, \sigma_{hh}, \sigma_{vh}$ 的图像, 观测地点位于加拿大 Jack Pine 地区(靠近 Prince Albert 国家公园, 地理经纬度约 W 103.33°, N53.9°). 我们选取了图像数据中的 4 个典型地表区域: 湖泊、岛屿地面、稀疏树林和茂密的森林(见图中的方框), 用极化测量值得到的相干矩阵和特征值计算出它们的 H, CPI 和 XPI , 并进行对比.

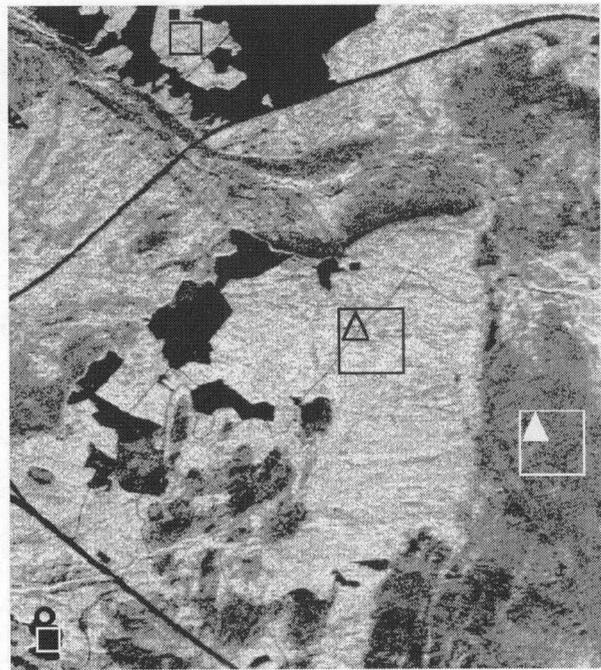


图 2 AirSAR 在 L 波段总功率 $\sigma_{vv}, \sigma_{hh}, \sigma_{vh}$ 的一幅图像

图1离散点给出上述4个区域内数据的 $H-CPI$ 分布. 熵 H 是由极化数据算得的, 即由相干矩阵的特征值(4), (5), (6)式算得的. 图中的曲线由(16~20)式算得. 可见, $H-CPI$ 关系可用于地表的分类识别.

由(20), (21)式, 图3给出 H 与两个指数 (CPI, XPI) 的关系. 一般情况下, 当随机介质变得更随机时, 不仅减小了 CPI , 还会增加 XPI . 这使得 H 变得更大. 图中的符号代表图2中4个区域中相应符号数据的平均值.

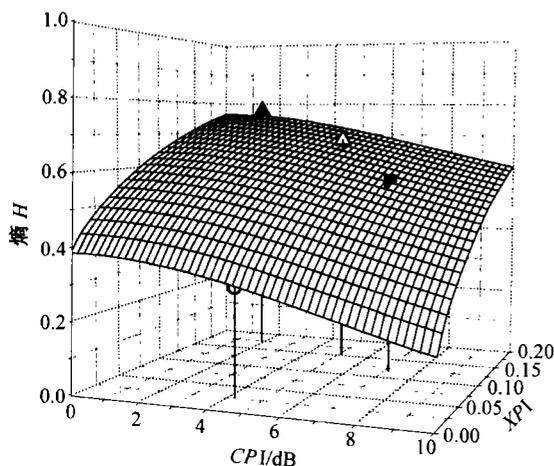


图3 熵 H 与两个指数 (CPI, XPI) 的关系
图中曲面为 $\Delta=0.3$

图4给出的 $H-(CPI, XPI)$ 图是根据野外车载散射计对玉米地测量数据 $\sigma_{vv}, \sigma_{hh}, \sigma_{vh}$ 获得的(此时无全极化数据). 该数据为 1988-05-18~1988-07-11 对玉米生长的现场测量^[11], 频率为 4.6 GHz, 入射角 40° . 玉米高为 d (cm). 在玉米刚开始生长时(例如 $d < 30$ cm), 散射过程主要由粗糙地表的表面散射所支配. 由于粗糙地表面散射, CPI 也可能比较小. 随着玉米作物的生长, 粗糙地面的散射将被作物掩盖或由于地面变平而减小. 不断增加的玉米植物逐渐增强散射, 而使得 H 逐渐增大. 玉米植物(果实、叶、茎、杆等)的特定取向也可能使 CPI 略微增加. 当玉米植物变得更高, 散射元变得更随机分布时(如 $d > 100$ cm 时), 将使 H 增大, 而使 CPI 减小.

在图4中, δ 是用测量值 $\sigma_{vv}, \sigma_{hh}, \sigma_{vh}$ 根据(15)~(19)式算得的. 在本例中, 当 $\delta_{\max} = 0.25$ 时, 我们视植被层为完全随机, 此时定义 $\Delta = 0$. 于是我们有经验公式 $\Delta = 1 - \delta/0.25$ 来给出.

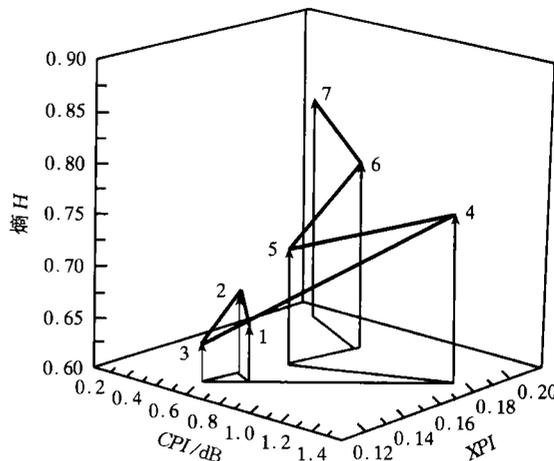


图4 玉米地测量数据的熵 H 和两个指数 (CPI, XPI) 之间的关系

- 1: $d = 5$ cm, $\Delta = 0.5, \delta = 0.12$, 2: $d = 21$ cm, $\Delta = 0.45, \delta = 0.13$,
- 3: $d = 28$ cm, $\Delta = 0.4, \delta = 0.15$, 4: $d = 35$ cm, $\Delta = 0.3, \delta = 0.17$,
- 5: $d = 38$ cm, $\Delta = 0.3, \delta = 0.2$, 6: $d = 105$ cm, $\Delta = 0.2, \delta = 0.2$,
- 7: $d = 160$ cm, $\Delta = 0.0, \delta = 0.2$

我们用覆盖于地表的一层非球形粒子来模拟农作物植被^[11]. 下面的例子中, 图5给出了作物生长时(即有不同的厚度 d 、散射体大小尺寸和占空比 f)对 $H-CPI$ 的模拟. 散射体是同一种扁椭球粒子, 其半轴长分别为 a 和 c , 以 cm 为单位(简化起见, 在所有情况下 $c = 0.25$ cm). 假定随机粒子的 Euler 角空间取向 (β, γ) 在 $\beta(0^\circ, \beta_2)$ 和 $\gamma(0^\circ, 360^\circ)$ 内均匀分布, 并假定 a, f, d 等参数从 $A(a = 1.5$ cm, $f = 0.001, d = 5$ cm, $\beta_2 = 40^\circ$) 到 $B(a = 1.8$ cm, $f = 0.002, d = 75$ cm, $\beta_2 = 60^\circ$), 然后到 $C(a = 2$ cm, $f = 0.005, d = 165$ cm, $\beta_2 = 120^\circ$), 在两段区间内线性变化. 散射体和下垫面的介电常数分别取为 $\epsilon_s = (10 + 3i)$ 和 $\epsilon_2 = (15 + 2i)$. 为将粗糙地面考虑在内, 粗糙地面的 $p(v, h)$ 极化反射率近似写为^[12]

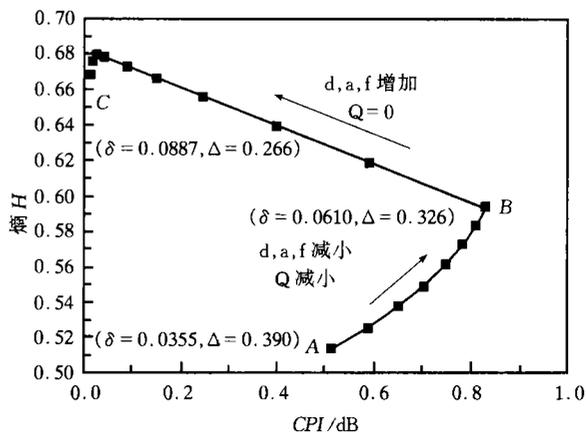


图5 一层随机扁椭球粒子 $H-CPI$ 关系的数值模拟

$$r_v(\theta) = [(1-Q)r_{v0} + Qr_{h0}]e^{-\sigma \cos^2 \theta}, \quad (22)$$

$$r_h(\theta) = [Qr_{v0} + (1-Q)r_{h0}]e^{-\sigma \cos^2 \theta}, \quad (23)$$

其中 Q 是经验性参数 ($0 \leq Q \leq 0.5$), 并假定从 $A(Q=0.5)$ 到 $B(Q=0)$ 内线性变化. r_{v0} , r_{h0} 分别为平表面的垂直和水平极化反射率. 在计算时我们简单假设 $\sigma \approx 0$. 当作物生长时, 熵 H 和 CPI 的典型变化关系如图所示. 可以看出在作物生长阶段, H 与 CPI 的特征性变化.

4 结论

我们由 Mueller 矩阵解推导了相干矩阵的特征值和熵, 将它们直接与同极化和交叉极化后向散射测量值相联系. 将熵和同极化指数、交叉极化指数同时应用于不同地表的 SAR 极化观测图像和玉米地生长过程散射计测量与分类识别研究, 并用非球形粒子分层介质的 Mueller 矩阵解的数值模拟、相干矩阵的特征值分析和多极化后向散射的测量对观测地表的特征作了定量评估.

参 考 文 献

- Zebker H A, et al. Image radar polarimetry: A review. Proc IEEE, 1991, 79(11): 1583
- Evans D L, et al. Image radar polarimetry: Analysis and application. IEEE Trans Geosci Rem Sen, 1988, 26(5): 714
- Tsang L, et al. Theory of Microwave Remote Sensing. New York: John Wiley, 1985
- Cloude S R. Group theory and polarization algebra. Optik, 1986, 75(1): 26
- Jin Y Q, et al. Numerical eigenanalysis of the coherency matrix for a layer of random nonspherical scatterers. IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, 1994, 32(6): 1179
- Jin Y Q. Electromagnetic Scattering Modelling for Quantitative Remote Sensing. Singapore: World Scientific, 1994
- Jin Y Q, et al. The Mueller and coherency matrices solution for polarimetric scattering simulation for tree canopy in SAR imaging at C band. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 1999, 63(2): 699
- van der Mee C V M, et al. Structure of matrices transforming Stokes parameters. J Math Phys, 1990, 33(10): 3574
- Nghiem S V, et al. Symmetry properties on polarimetric remote sensing. Radio Science, 1992, 27(5): 693
- Matzler C, et al. Active and passive microwave signature catalogue (2-12 GHz). Inst of Appli Phys, University of Berne. 1993, 11: 1
- Jin Y Q. Polarimetric scattering from a layer of random clusters of small spheroids. IEEE Trans on Antenna and Propagation, 1994, 42(8): 1138
- Wang J R, et al. Remote sensing of soil moisture over bare fields at 1.4 GHz frequency. J Geophys Res, 1981, 86(4): 5277